1.25) $col(A) = gen\{[1 \;\; 2 \;\; 3]^T, [1 \;\; -1 \;\; 2]^T\}$

$nul(A) = gen\{[-2 \;\; 1 \;\; 0]^T\}$, $b = [1 \;\; -7 \;\; 0]^T$

a) Si puedo expresar a b como CL de los elementos de col(A), quiere decir que el sistema es compatible por lo dicho en 1.24)a)

Pruebo que $b \in col(A)$

$$[1 \;\; -7 \;\; 0]^T = \alpha_1 \cdot [1 \;\; 2 \;\; 3]^T + \alpha_2 \cdot [1 \;\; -1 \;\; 2]^T$$

$$\begin{cases} 1 = \alpha_1 + \alpha_2 & \text{I} \\ -7 = 2\alpha_1 - \alpha_2 & \text{II} \\ 0 = 3\alpha_1 + 2\alpha_2 \rightarrow \alpha_1 = -\frac{2}{3}\alpha_2 & \text{III} \end{cases}$$

III en II $\rightarrow -7 = -\frac{4}{3}\alpha_2 - \alpha_2 \rightarrow -7 = -\frac{7}{3}\alpha_2 \rightarrow \boxed{\alpha_2 = 3}$ en I $\rightarrow \boxed{\alpha_1 = -2}$

Por lo tanto comprobé que b se puede expresar como una CL de los vectores de col(A) con escalares $\alpha_1 = -2$ y $\alpha_2 = 3$.

Entonces el sistema es compatible. ✓

b) Para que $Ax = b$ tenga solución única, Nul(A) tiene que ser $= \{0\}$, por lo expresado en 1.24 b), pero por enunciado, en este caso $Nul(A) = gen\{[2 \;\; 1 \;\; 0]^T\} \neq \{0\}$, por lo tanto $Ax = b$ no tendrá solución única (tendrá infinitas) ✓